

REPRESENTACIONES CUADRÁTICAS
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I

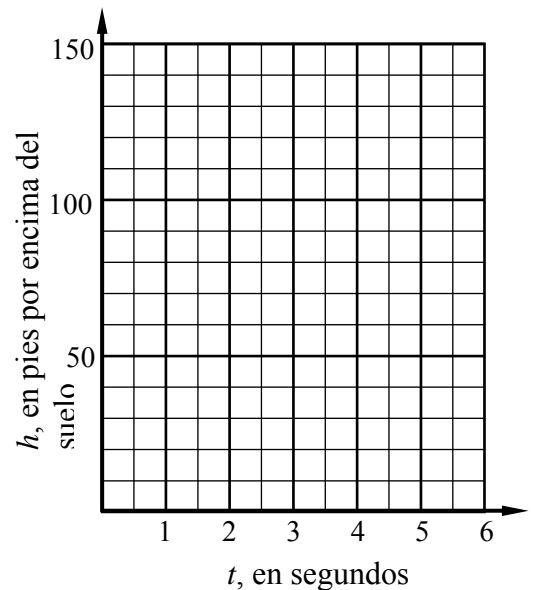


Los escenarios físicos que involucran **funciones cuadráticas** ocurren naturalmente en física, economía y en otros diversos campos. Típicamente, las ciencias detrás de estos fenómenos exceden el alcance de este curso, por lo que nuestras **representaciones cuadráticas** son **menos sofisticadas** que nuestras **lineales** o **exponenciales**. Daremos una última mirada, con nuestras representaciones, a algunos escenarios que se prestan bien a estas funciones.

Ejercicio 1: Los proyectiles que se disparan al aire en dirección vertical tienen alturas que son funciones cuadráticas de tiempo. Se dispara un proyectil desde un techo. Su altura, en pies por encima del suelo, después de t segundos se expresa mediante la función:

$$h(t) = -16(t-2)^2 + 144$$

- (a) Evalúa $h(0)$. Usando las unidades apropiadas, explica la importancia física de esta respuesta.
- (b) Determina en forma algebraica el momento en que la bola toca el suelo.



- (c) Grafica $h(t)$ en la grilla provista.
- (d) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil y en qué momento alcanza esa altura? ¿Ves esta solución en **forma de vértice** de la parábola?

Ejercicio 2: Las palomitas de maíz tienen una temperatura óptima a la que explotan. En Perpetual Popping, los ingenieros en alimentos estudian el porcentaje de granos de palomitas que explotan a una cierta temperatura. En la tabla de abajo se muestran los datos.

Temp., t	385	410	440	490	510	530
Porcentaje, P	38	68	78	65	45	18

- (a) ¿Dados los datos de la tabla, por qué parece razonable una representación cuadrática?

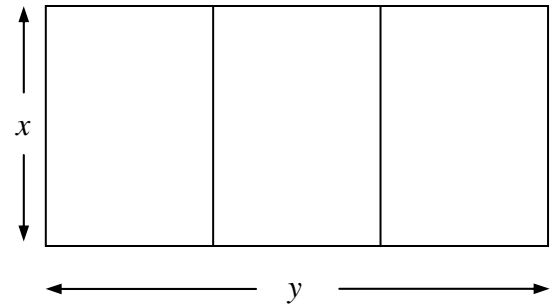
- (b) Si los ingenieros representan el porcentaje de granos explotados, P , mediante la ecuación $P = -\frac{1}{100}(t-450)^2 + 82$, ¿entonces a qué temperatura explota el mayor porcentaje de granos para palomitas? ¿Cuál es el mayor porcentaje?



Puedes realizar algunas representaciones cuadráticas por tu cuenta a partir de ideas geométricas simples como **perímetro** y **área**. Hagamos un último problema de representación que involucra estos dos conceptos simples.

Ejercicio 3: Shana está construyendo un jardín que tiene tres rectángulos de igual tamaño separados por una cerca de alambre. Ella tiene 160 pies de cerca y quiere construir el jardín como se muestra abajo. Shana decide designar el ancho general del rectángulo como x y la longitud general como y , tal como se muestra en el diagrama.

- (a) ¿Qué área ocuparía el jardín, en pies cuadrados, si el ancho, x , fuera de 10 pies? Muestra los cálculos que hiciste para llegar a tu respuesta.



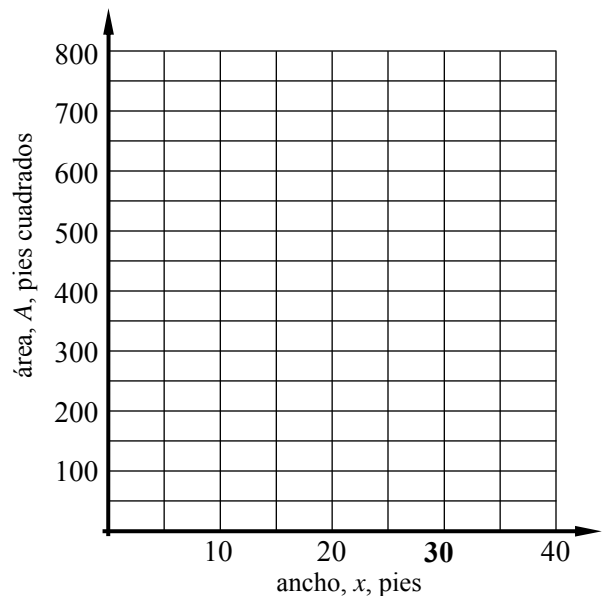
- (b) Escribe una fórmula para el área general, A , del jardín en términos de x e y . Esta debería ser una fórmula muy simple.

- (c) Escribe una ecuación para la relación entre el ancho, x , y la longitud, y , en base al hecho de que hay 160 pies de cerca. Resuelve la ecuación para y .

- (d) Halla una ecuación para el área, A , solo en términos del ancho, x .

- (e) Usando la calculadora, traza un gráfico de la función del área que hallaste en el punto (d).

- (f) ¿Cuál es la mayor área que Shana puede encerrar con los 160 pies de cerca? ¿Qué dimensiones debería usar?



REPRESENTACIONES CUADRÁTICAS
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I – TAREA

APLICACIONES

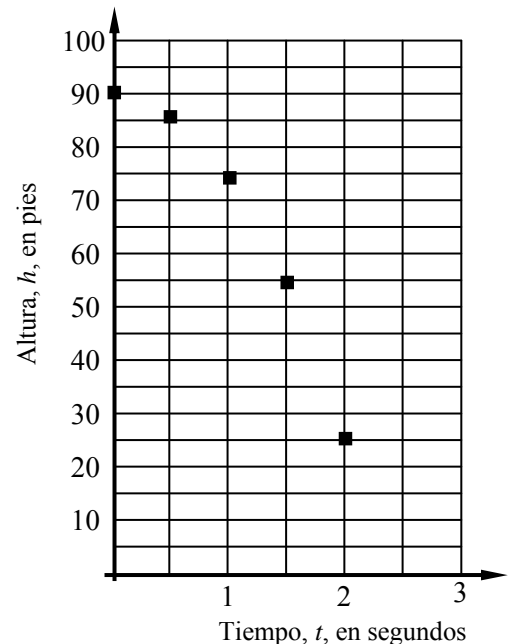
1. Los estudiantes de física están representando la altura de un objeto soltado desde la cima de un edificio de 90 pies de altura. Se deja caer a $t = 0$ segundos y mediante fotografía los estudiantes son capaces de medir cada medio segundo la altura a la que el objeto está sobre el suelo, con precisión aproximada a las décimas de un pie. Debajo se muestran los datos.

t (segundos)	0	0.5	1.0	1.5	2.0
h (pies)	90	86.1	74.2	54.5	26.8

- (a) Dado el diagrama de dispersión de la derecha, dibuja a mano la representación cuadrática de mejor ajuste pasando por los datos. Extiende la representación cuadrática hasta que toque el eje x .
- (b) Los estudiantes de la clase aproximan la ecuación de la función cuadrática de mejor ajuste mediante:

$$h = -16t^2 + 90$$

Calcula el residuo de este modelo a $t = 2$ segundos. Muestra cómo llegaste a la respuesta.



- (c) Usa esta representación de los estudiantes para determinar en forma algebraica el momento, t , en que la bola toque el suelo. Muestra cómo lo hiciste y redondea aproximándolo a las décimas. ¿Qué relación hay entre esta respuesta y el lugar donde dibujaste el cero en el gráfico?

2. La temperatura de una reacción química en Fahrenheit disminuye con el paso del tiempo, medido en minutos, y luego aumenta de acuerdo con la función:

$$F(t) = \frac{1}{2}(t-8)^2 + 72$$

- (a) Para la función anterior, $F(0) = 104$. Interpreta lo que esto significa en términos de la reacción química.
- (b) ¿Cuál es la temperatura mínima alcanzada durante la reacción y en qué momento la alcanza?



3. El precio de una acción subió y luego cayó en el período de 10 días de la adquisición. En la tabla siguiente se muestra el precio en diversos puntos de tiempo desde que se ofreció por primera vez.

Día, d	0	2	4	6	8	10
Precio, p	\$30.50	\$36.50	\$38.75	\$36.75	\$30.75	\$20.50

- (a) Explica por qué una función cuadrática representará mejor estos datos que una función lineal o exponencial.

- (b) Si una función cuadrática de la forma $p = a(d-h)^2 + k$ se usa para representar el precio, p , de la acción como una función del día, d , indica los valores de h y k . Justifica tus elecciones.

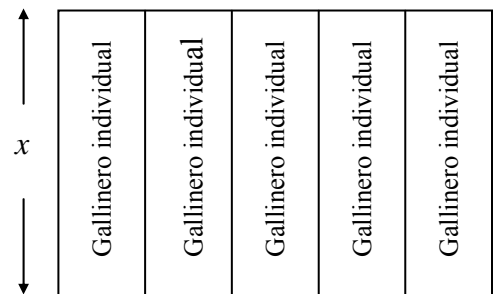
- (c) ¿Cuál de los siguientes valores de a sería la mejor elección para la representación dadas tus respuestas de la parte (b). Justifica tu respuesta.

$$a = -2 \quad a = -\frac{1}{2} \quad a = \frac{1}{2} \quad a = 2$$

4. En una granja están cercando gallineros y quieren darles la siguiente configuración rectangular donde el ancho de los gallineros está dado por la variable x como se muestra. Los ingenieros solo tienen 90 pies de cerca para rodear y dividir los gallineros y crearon la siguiente ecuación para el área total encerrada, en pies cuadrados, en base al ancho de x :

$$A = 45x - 3x^2$$

- (a) Determina los ceros de esta función cuadrática mediante factorización.



- (b) ¿Cómo puedes usar tus respuestas del punto (a) como ayuda para determinar el valor de x donde tendrá lugar el área máxima?

- (c) Halla el área máxima del gallinero. Muestra los cálculos que hiciste para llegar al resultado.

