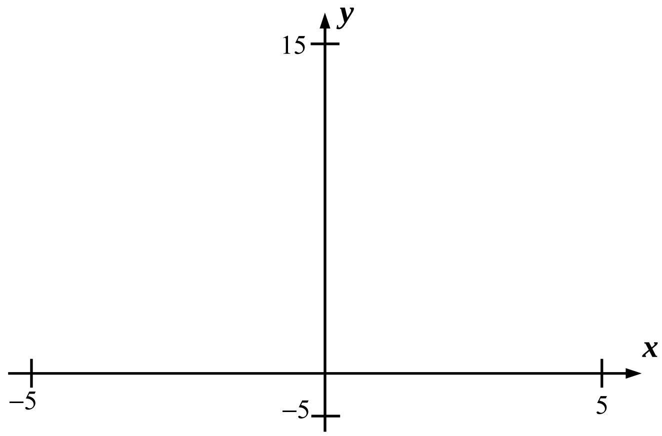
Nombre: ____________________________________ Fecha: __________________

ESTIRAR PARÁBOLAS Y COMPLETAR EL CUADRADO
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I

Queremos dedicar una lección más a asegurarnos de que apreciamos totalmente lo que el coeficiente principal de una parábola tiene para decirnos. Además, trabajaremos un poco más completando el cuadrado, pero con problemas más difíciles.

***Ejercicio* 1:** Vamos a comprender qué es lo que hace a en $y = ax^2 + bx + c$. Hasta ahora sabemos que si a es positivo, la parábola se abre hacia arriba, y si a es negativo, se abre hacia abajo. Veamos si podemos comprenderlo mejor.

(a) Usa la calculadora para trazar un gráfico de $y = x^2$, $y = 2x^2$, y $y = 4x^2$ en los ejes de abajo. Usa la ventana indicada en los ejes. Rotula cada uno con su ecuación.



(b) Explica qué está sucediendo cuando multiplicamos x^2 por a.

Entonces, a estira y comprime la parábola según si es mayor que 1 o si está entre 0 y 1. ¿Te suena familiar? Esto es similar a la base de una función exponencial.

***Ejercicio* 2:** El gráfico de abajo muestra las curvas que se indican. Escribe el número de la ecuación de cada una al lado de su curva.

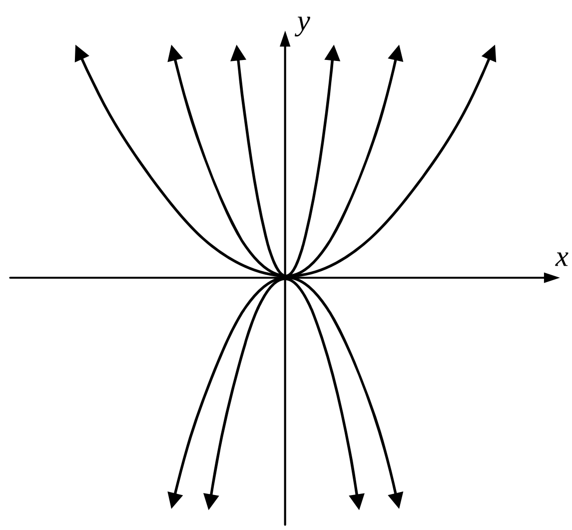
(1) $y = 3x^2$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2$

(3) $y = -2x^2$

(4) $y = x^2$

(5) $y = -x^2$



Dado que **todas** las cuadráticas de la forma $y = ax^2$ tienen sus **puntos de inflexión** en el **origen**, también podemos identificar puntos de inflexión si podemos colocar una cuadrática en forma vértice incluso si a no es igual a 1. Esto es más difícil, desde el punto de vista mecánico.

***Ejercicio* 3:** Observa la cuadrática $y = 2x^2 - 12x + 11$.

(a) Utiliza el método de completar el cuadrado para escribir esta ecuación en la forma vértice $y = a(x-h)^2 + k$.

(b) ¿Cuáles son las coordenadas del punto de inflexión de esta cuadrática según la parte (a)? Brinda evidencia de una tabla de calculadora que respalde esta respuesta.

Completar el cuadrado, cuando el coeficiente principal no es igual a 1 es mucho más difícil de dominar y de comprender. Siempre recuerda que estás escribiendo una **expresión equivalente** esencialmente **agregando cero**.

***Ejercicio* 4:** Utiliza el método de completar el cuadrado para escribir cada una de las siguientes funciones cuadráticas en la forma vértice $y = a(x-h)^2 + k$. Identifica el punto de inflexión de la cuadrática en esta forma. Indica si es un máximo o un mínimo.

(a) $y = 5x^2 + 20x + 23$

(b) $y = -2x^2 + 4x + 7$

(c) $y = 6x^2 - 24x + 14$

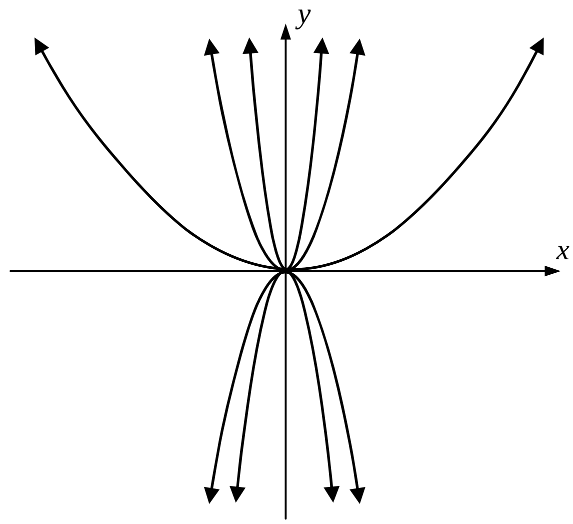
(d) $y = -x^2 - 12x - 33$

Nombre: ____________________________________ Fecha: __________________

ESTIRAR PARÁBOLAS Y COMPLETAR EL CUADRADO
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I - TAREA

DESTREZA

1. El gráfico de la derecha contiene las siguientes funciones. Coloca cada letra en la curva correcta.



(A) $y = x^2$

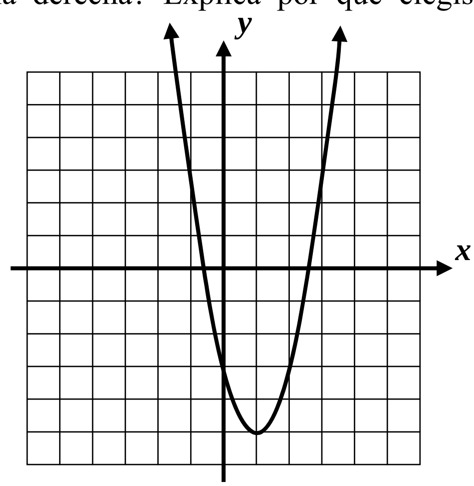
(B) $y = -2x^2$

(C) $y = \frac{1}{4}x^2$

(D) $y = -x^2$

(E) $y = 3x^2$

2. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el gráfico de la derecha? Explica por qué elegiste esa respuesta.



(1) $y = (x-1)^2 - 5$

(2) $y = -3(x+1)^2 - 5$

(3) $y = (x+1)^2 - 5$

(4) $y = 2(x-1)^2 - 5$

3. Utiliza el método de completar el cuadrado para escribir cada una de las siguientes funciones cuadráticas en la forma $y = a(x-h)^2 + k$. Luego identifica el punto de inflexión e indica si es un máximo o un mínimo.

(a) $y = 3x^2 - 12x + 17$

(b) $y = -5x^2 + 40x - 70$

APLICACIONES

4. La altura vertical de los proyectiles sobre el nivel del suelo puede ser representada por medio de ecuaciones en la forma:

$$h(t) = -16(t - t_{\max})^2 + h_{\max}$$

donde $h_{\max}$ es la altura máxima en pies y $t_{\max}$ es el tiempo, en segundos, cuando esto sucede.

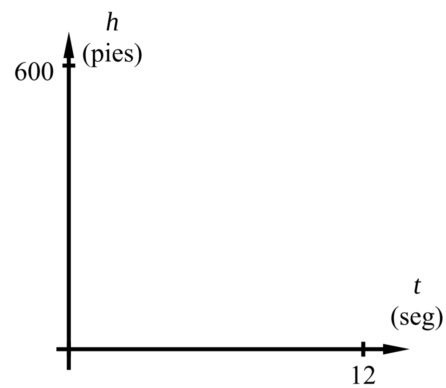
(a) Un proyectil tiene una función de la altura dada por $h(t) = -16(t-8)^2 + 156$. ¿Cuál es la altura máxima y en qué momento, t, la alcanza?

(b) Un proyectil tiene una función de la altura dada por $h(t) = -16t^2 + 160t + 120$. Escribe esto en la forma que se muestra arriba (forma vértice).

(c) ¿Cuál es la altura máxima y en qué momento la alcanza el proyectil de la parte (b)?

(e) Usa la calculadora para trazar un gráfico de la altura en los ejes que se muestra abajo para el proyectil de la parte (b). Marca tus respuestas de (a) y (b) en el gráfico.

(d) ¿A qué altura del suelo comienza el proyectil de la parte (b)? Muestra cómo llegaste a tu respuesta.



RAZONAMIENTO

5. Cualquier función cuadrática se puede colocar en forma vértice $y = a(x-h)^2 + k$. Si conocemos el punto de inflexión de la parábola y **otro punto más**, podemos hallar esta ecuación. Digamos que queremos hallar la ecuación de una parábola que tiene un punto de inflexión en (3, 9) y que pasa por el punto (5, 29).

(a) Escribe la ecuación de esta parábola en la forma $y = a(x-h)^2 + k$, dejando a como una **constante** o **parámetro** desconocido.

(b) Sustituye el punto $(5, 29)$ en la ecuación de la parte (a) y halla el valor de a.

(c) Indica la ecuación final de esta parábola en forma vértice y verifica que tenga el punto de inflexión correcto y que pase por (5, 29) examinando una tabla en la calculadora.