

LA FORMA DESPLAZADA DE UNA PARÁBOLA CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I



Aunque la forma estándar de una parábola tiene ventajas para determinadas aplicaciones, no nos sirve para ubicar el punto más importante de la parábola, que es el **punto de inflexión**. En esta lección aprenderemos una forma de parábola donde el punto de inflexión es bastante obvio. Pero primero revisemos las parábolas simples.

Ejercicio 1: Sin usar la calculadora, traza cada una de las parábolas de abajo en tu propio conjunto de ejes. Indica las coordenadas del punto de inflexión de ambas.

(a) $y = 2x^2$

(b) $y = -3x^2$

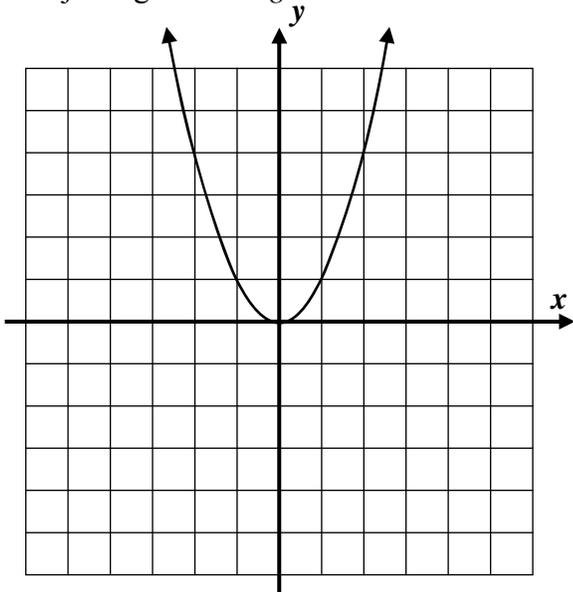
(c) Si tenemos una parábola en la forma $y = ax^2$, entonces su punto de inflexión se encuentra en _____.

Ahora nos gustaría tratar de desarrollar un patrón para ver de qué manera una función puede tener un gráfico **desplazado**.

Ejercicio 2: Observa la función cuadrática básica $f(x) = x^2$ y la función cuadrática más compleja $g(x) = (x-2)^2 - 4$. En la cuadrícula se puede ver el gráfico de $f(x) = x^2$.

(a) Usando la calculadora para generar una tabla, dibuja un gráfico de g .

(b) ¿Cómo tendrías que desplazar el gráfico de $f(x)$ para obtener el gráfico de $g(x)$?



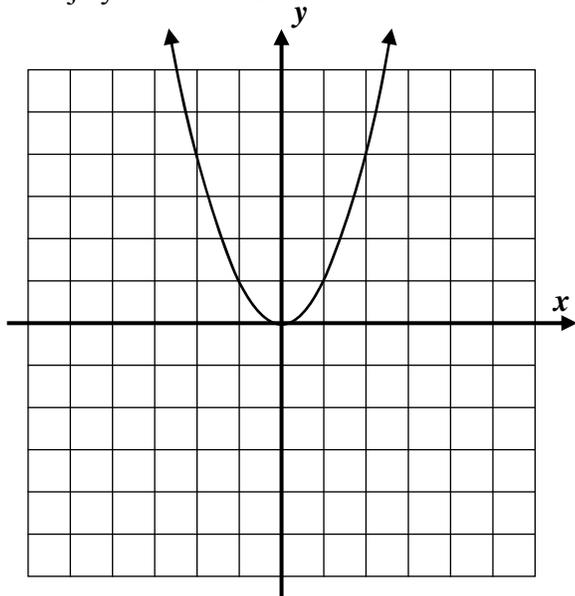
(c) ¿Cuál es el punto de inflexión de $g(x)$?
¿Dónde “ves” el punto de inflexión en la ecuación de la función?



Sigamos observando este patrón, pero simplifiquemos.

Ejercicio 3: En la cuadrícula de abajo se muestra nuevamente la parábola $y = x^2$. Observa las funciones cuadráticas $y = x^2 + 2$ y $y = x^2 - 4$.

(a) Usando la calculadora para generar tablas, dibuja y rotula estas dos cuadráticas.



(b) ¿Cuál fue el efecto de agregar una constante a la función global?

(c) Indica las coordenadas de los puntos de inflexión de las parábolas que dibujaste en (a).

$$y = x^2 + 2$$

$$y = x^2 - 4$$

(d) ¿Cuáles serían las coordenadas del punto de inflexión de la parábola $y = x^2 - 150$?

Ahora veamos ese número que se suma y se resta de la variable de entrada, x , antes de elevarse al cuadrado.

Ejercicio 4: Una vez más, la parábola $y = x^2$ está graficada abajo. Ahora observa $y = (x+3)^2$ y $y = (x-1)^2$.

(a) Usando la calculadora para generar tablas, traza y rotula estas dos cuadráticas.

(b) ¿Por qué el desplazamiento horizontal es contradictorio?

(c) Indica las coordenadas de los puntos de inflexión de cada parábola que dibujaste en la parte (a).

$$y = (x+3)^2$$

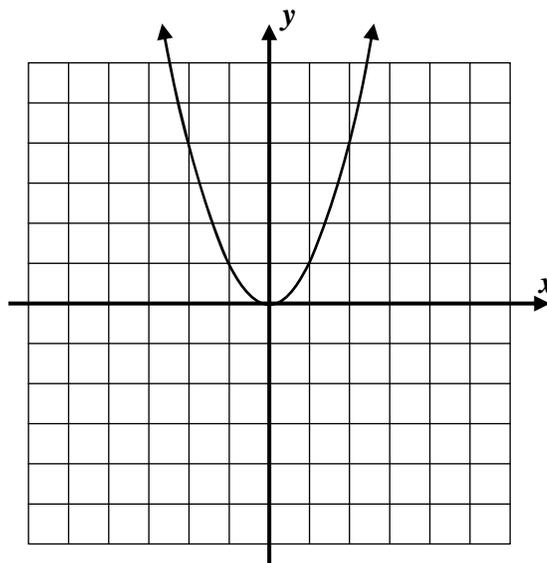
$$y = (x-1)^2$$

(d) Determina las coordenadas de los puntos de inflexión de cada una de las siguientes cuadráticas. Observa que el valor de a es irrelevante.

$$y = (x-8)^2 + 5$$

$$y = 5(x+1)^2 - 4$$

$$y = -2(x-3)^2 - 10$$



LA FORMA DESPLAZADA DE UNA PARÁBOLA
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I - TAREA

DESTREZA

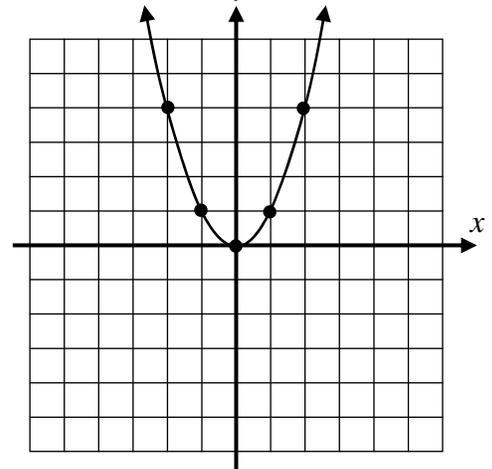
1. La cuadrícula de abajo muestra el gráfico de $y = x^2$ con algunos puntos enfatizados. En la misma cuadrícula, dibuja las siguientes **funciones cuadráticas**. Intenta hacerlo lo mejor posible sin usar la calculadora, y luego comprueba tus soluciones. Rotula cada una con su letra o ecuación.

(a) $y = x^2 - 6$

(b) $y = x^2 + 1$

(c) $y = (x + 3)^2$

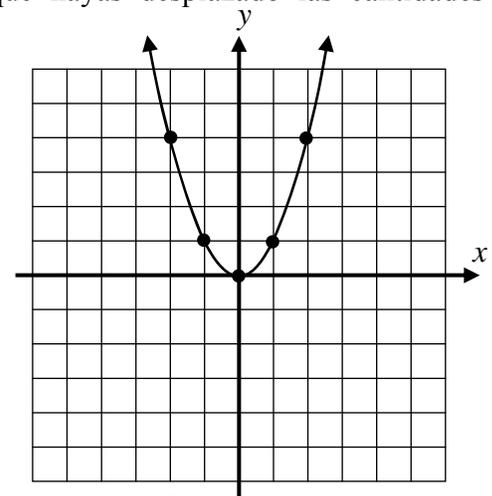
(d) $y = (x - 4)^2$



2. Una vez más, abajo se muestra la función $y = x^2$. Grafica cada una de las siguientes cuadráticas más complicadas sin usar la calculadora. Luego úsala para verificar que hayas desplazado las cantidades correctas. Rotula cada una con su letra o ecuación.

(a) $y = (x - 1)^2 - 4$

(b) $y = (x + 3)^2 - 1$



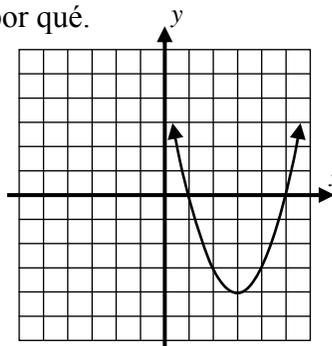
3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el gráfico que se muestra abajo, dado que es un desplazamiento de la función $y = x^2$? Explica por qué.

(1) $y = (x - 3)^2 - 4$

(2) $y = (x + 3)^2 - 4$

(3) $y = (x - 3)^2 + 4$

(4) $y = (x + 3)^2 + 4$



4. Indica los puntos de inflexión para cada una de las siguientes funciones cuadráticas y si la parábola se abre hacia arriba o hacia abajo. Recuerda que la dirección en la que se abre depende únicamente del coeficiente principal.

(a) $y = 4(x-2)^2 + 7$

(b) $y = -3(x+6)^2 + 4$

(c) $y = -(x+4)^2 - 3$

(d) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 7$

(e) $y = 9 - x^2$

(f) $y = -16(x-5)^2 + 11$

APLICACIONES

5. Un objeto que se desplaza con una aceleración causada solo por la gravedad tendrá una altura, h , en metros sobre el suelo, t segundos después de ser lanzado, dada por

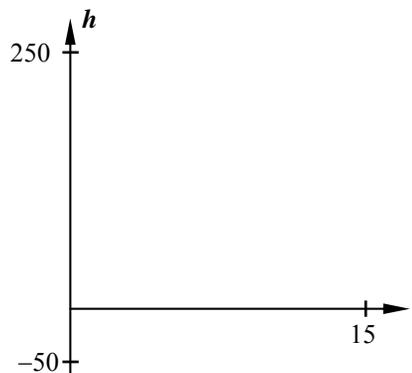
$$h = -4.9(t-6)^2 + 210$$

- (a) ¿A qué altura el objeto comienza en $t = 0$?
Muestra cómo justificas tu respuesta.

- (b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza este objeto, en metros? ¿Cuándo alcanza esta altura, en segundos?

- (c) Si bien tendrías que poder responder la parte (a) sin la calculadora, muestra evidencia en forma de tabla que respalde tu respuesta de la parte (b).

- (d) Usa la calculadora para trazar un gráfico de la altura dentro del intervalo que se muestra. Rotula tus respuestas de (a) y (b).



RAZONAMIENTO

6. ¿Por qué el punto de inflexión de la cuadrática $y = a(x-h)^2 + k$ **no** depende del valor de a ? Es decir, ¿por qué tanto $y = 5(x-2)^2 + 3$ como $y = -8(x-2)^2 + 3$ tienen puntos de inflexión de $(2, 3)$?

